

Pisa, 11 Giugno 2014

# Correlatori di campo gluonico in presenza di un campo magnetico esterno

Michele Mesiti  
Universita' di Pisa

- QCD e discretizzazione su reticolo
- QCD e campi magnetici
- Correlatori
- Nuova parametrizzazione dei correlatori per  $B \neq 0$
- Risultati numerici e determinazione di  $G_2$  e  $\lambda$
- Conclusioni

Nel continuo:

$$S = \int d^4x \left\{ -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \sum_f \bar{\psi}_f (i\gamma^\mu D_\mu - m_f) \psi_f \right\}$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - gf_{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (1)$$

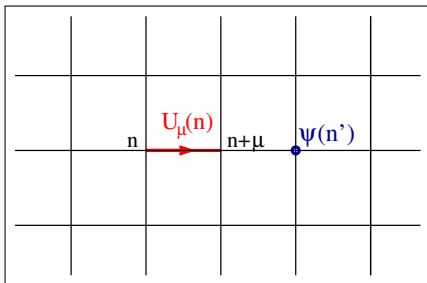
$$D_\mu = \partial_\mu + igA_\mu \quad (2)$$

La QCD e' una teoria fortemente interagente



Necessita' di strumenti genuinamente nonperturbativi

- Formulazione attraverso Path Integral *euclideo* ( $t = -i\tau$ )
- Discretizzazione su reticolo, con condizioni periodiche al contorno (regolarizzazione UV e IR)
- Estensione temporale euclidea  $\propto 1/T$



Il Path Integral diventa un integrale finito dimensionale calcolabile con metodi Monte Carlo

Azione Discretizzata:

$$S_G^E = \beta \sum_{\square_{\mu\nu}} \left[ 1 - \frac{1}{N_c} \text{Re Tr } \Phi_{\square_{\mu\nu}} \right]$$

$$\langle \hat{O} \rangle = \frac{\int \mathcal{D}U O[U] e^{-S_E[U]}}{\int \mathcal{D}U e^{-S_E[U]}}$$

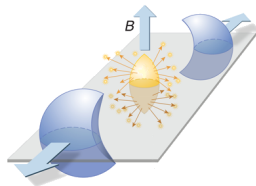
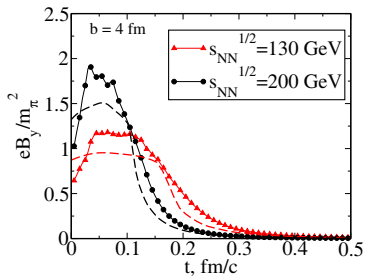
Con  $U_\mu(x) = \exp(ig_s a A_\mu(x))$ .

Situazioni sperimentali o naturali in cui  $|eB|$  e' comparabile con le scale di energia della QCD:

- Heavy Ion Collisions ( $B \sim 10^{15} T$ ) (e.g. [1103.4239])
- EW cosmological phase transition ( $B \sim 10^{16} T$ ) (e.g. [Vachaspati 91 ,Grasso, Rubinstein 01])
- Magnetars (a type of neutron stars)( $B \sim 10^{10} T$ )[Duncan, Thompson 92]

Note:  $|eB| = 0.06 GeV^2 \rightarrow B = 10^{15} T$

Heavy Ion Collisions:



[Skokov, Illarionov and Toneev, 09]

# QCD in un campo magnetico esterno

Previsioni teoriche note

- Effetti sul vuoto della QCD (effetti sui condensati e chiral symmetry breaking, effetti sul potenziale tra quark pesanti)
- Effetti sul diagramma di fase della QCD (transizioni di fase)
- Effetti sull'equazione di stato

# QCD in campo magnetico

## Il campo magnetico su reticolo

- Come si introduce

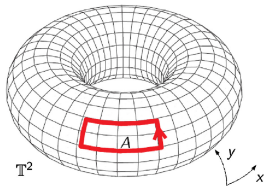
$$U_\mu(n) \Rightarrow U_\mu(n) e^{iaA_\mu^{EM}(n)}$$

- Quantizzazione di  $B$  sul toro (per ragioni topologiche):

$$qB = \frac{2\pi}{a^2} \frac{b}{L_x L_y}$$

- Condizione di rilevanza fisica

$$qB \ll \frac{2\pi}{a^2}$$





Importanza del correlatore:

- Fenomenologia delle alte energie
- Modelli stocastici per la QCD (quarkonio)

Da esso si possono estrarre quantità non perturbative, come ad esempio

- Il condensato gluonico  $G_2$  [D'Elia, Di Giacomo, Meggiolaro 97]
- Lunghezze di correlazione.
- Stime della tensione di stringa

Gli effetti del campo magnetico possono propagarsi al settore gluonico attraverso i campi dei quark.

# Correlatore gluonico gauge invariante

Descrizione e proprietà fondamentali

$$\Delta_{\mu_1\nu_1,\mu_2\nu_2}(z_1 - z_2) = \frac{1}{N_c} \langle \text{Tr} F_{\mu_1\nu_1}(z_1) \Phi(z_1, z_2) F_{\mu_2\nu_2}(z_2) \Phi(z_2, z_1) \rangle$$

$\Phi(z_1, z_2)$  Operatore di trasporto parallelo lungo un cammino *rettilineo* da  $z_1$  a  $z_2$ .

- Invariante per traslazioni
- Invariante di gauge
- Trasforma come un tensore
- Eredita le proprie simmetrie sugli indici da  $F_{\mu\nu} = -\frac{i}{g} [\mathcal{D}_\mu, \mathcal{D}_\nu]$

# Correlatore gluonico gauge invariante

Descrizione e proprietà fondamentali

Discretizzazione su reticolo

$$\hat{\Delta}_{\mu_1\nu_1, \mu_2\nu_2} = \text{Re}\langle \text{Tr} [\Omega_{\mu_1\nu_1}(n + \hat{\rho}d) S(n + \hat{\rho}d, n) \Omega_{\mu_2\nu_2}^\dagger(n) S^\dagger(n + \hat{\rho}d, n)] \rangle$$

$\Omega_{\mu\nu}(n)$  e' la parte antihermitiana a traccia nulla del trasporto parallelo attorno alla plaquette  $n$ .

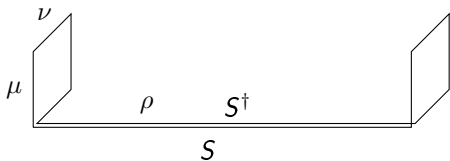


Figure : Correlatore *perpendicolare* su reticolo

Dalle simmetrie di  $\Delta$  segue la forma piu' generale:

$$\Delta_{\mu_1\nu_1, \mu_2\nu_2}(z) = (\delta_{\mu_1\mu_2}\delta_{\nu_1\nu_2} - \delta_{\mu_1\nu_2}\delta_{\mu_2\nu_1}) D(z) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial z_{\mu_1}} (z_{\mu_2}\delta_{\nu_1\nu_2} - z_{\nu_2}\delta_{\nu_1\mu_2}) + \frac{\partial}{\partial z_{\nu_1}} (z_{\nu_2}\delta_{\mu_1\mu_2} - z_{\mu_2}\delta_{\mu_1\nu_2}) \right) D_1(z)$$

Funzioni scalari per la parametrizzazione su reticolo, adatte per "medio range":

$$D(z) = \frac{a_0}{z^4} + A_0 \exp\left(-\frac{z}{\lambda_A}\right)$$
$$D_1(z) = \frac{a_1}{z^4} + A_1 \exp\left(-\frac{z}{\lambda_A}\right)$$

$D$  e  $D_1$  hanno parte *perturbativa* e *nonperturbativa*.

# Correlatore gluonico gauge invariante

Parametrizzazione a  $B = 0$

Su reticolo ci interessano solo le componenti del tipo  $\Delta_{\mu\nu,\mu\nu}$ .



24 funzioni di correlazione non nulle, che possono essere quozientate in 2 classi di equivalenza:

- $D_{\parallel}(z)$ ; se  $\rho = \mu$  o  $\rho = \nu$ ;
- $D_{\perp}(z)$ ; se  $\rho \neq \mu$  e  $\rho \neq \nu$ ;

# Correlatore gluonico gauge invariante

Parametrizzazione a  $B \neq 0$

$F_{\mu\nu}^{em} \neq 0 \Rightarrow$  un sacco di termini nuovi possibili!

La simmetria euclidea  $SO(4)$  e' esplicitamente rotta in  $SO(2) \otimes SO(2)$ .

Su reticolo, cio' comporta le equivalenze tra direzioni  $x \sim y$  ,  $z \sim t$

Nuove classi di equivalenza:

Class	Elements ( $\mu\nu, \rho$ )	"Parent"	Link dir $\rho$
$A_{xy}(d)$	(12,1) , (12,2)	$\parallel$	(12)
$A_{zt}(d)$	(12,3) , (12,4)	$\perp$	(34)
$B_{xy}(d)$	(13,1) , (14,1) , (23,2) , (24,2)	$\parallel$	(12)
$B_{zt}(d)$	(13,3) , (14,4) , (23,3) , (24,4)	$\parallel$	(34)
$C_{xy}(d)$	(13,2) , (14,2) , (23,1) , (24,1)	$\perp$	(12)
$C_{zt}(d)$	(13,4) , (14,3) , (23,4) , (24,3)	$\perp$	(34)
$D_{xy}(d)$	(34,1) , (34,2)	$\perp$	(12)
$D_{zt}(d)$	(34,3) , (34,4)	$\parallel$	(34)

# Correlatore gluonico gauge invariante

Parametrizzazione a  $B \neq 0$

Scegliamo di parametrizzare ogni classe indipendentemente, in una forma simile a quella tradizionale. Una possibilita' e'

$$D^{(class)}(z) = \frac{a_0^{(class)}}{z^4} + A_0^{(class)} \exp\left(-\frac{z}{\lambda_A^{(class)}}\right)$$

Nota: non tutti i parametri sono indipendenti

Il condensato gluonico e' usato nelle regole di somma  
 [Shifman,Vainshtein,Zakharov 1979]

$$G_2 = \frac{1}{4\pi^2} \langle F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} \rangle$$

Su reticolo, e' legato al correlatore a corta distanza attraverso una  
 Operator Product Expansion :

$$\frac{1}{2\pi^2} \sum_{\mu < \nu} \Delta_{\mu\nu, \mu\nu}(z) \underset{z \rightarrow 0}{\sim} C_1(z) \langle 1 \rangle + C_g(z) G_2 + \sum_{f=1}^{N_f} C_f(z) m_f \langle : \bar{q}_f q_f : \rangle + \dots$$

Valore empirico  $0.024 \pm 0.011 \text{ GeV}^4$  [Narison, 96]

Per piccole masse dei quark

$$\frac{dG_2}{dm_f} = -\frac{24}{b} \langle \bar{q}_f q_f \rangle$$

$$\langle \bar{q}_f q_f \rangle \simeq -0.01 \text{ GeV}^3, \quad b = 11 - \frac{2}{3} N_f$$



Tecniche di riduzione del rumore UV:

- Cooling: sostituzione di ogni link di gauge con una matrice che riduce il contributo locale all'azione
- Smearing: Ogni link viene “mediato” con i suoi vicini
- Gradient flow: “cooling” regolato da un'equazione differenziale

In questo caso usiamo il *Cooling*.

Per  $SU(2)$

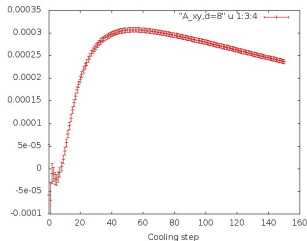
$$U'_\mu(n) = \frac{1}{D} \sum_{\nu \neq \mu} U_\nu^\dagger(n + \hat{\mu}) U_\mu(n + \hat{\nu}) U_\nu(n)$$

e' la scelta che localmente *minimizza* l'azione.

# Cooling

## Effetti del Cooling sui correlatori

- Non e' possibile misurare correlatori a corta distanza
- $c_{max} \propto d^2$
- Il valore vero del correlatore e' preso al plateau
- C'e' un errore sistematico, oltre all'errore statistico

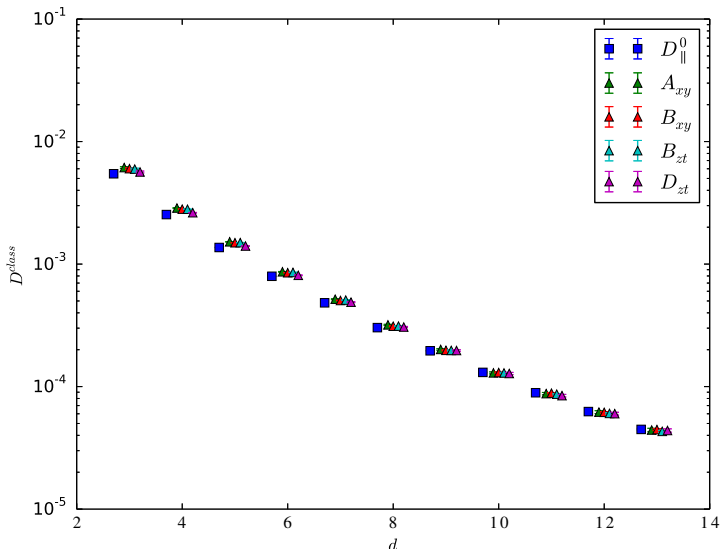


$$\delta_{sys} = D(c_{max}) - \frac{1}{2} (D(c_{max} + 1) + D(c_{max} - 1))$$

- Lattice  $24^4$ , lattice spacing  $a = 0.125 \text{ fm}$ ,  $m_\pi = 480 \text{ MeV}$
- $N_f = 2$  rooted staggered
- Values of  $eB$  ranging from 0 to  $1.5 \text{ GeV}^2$

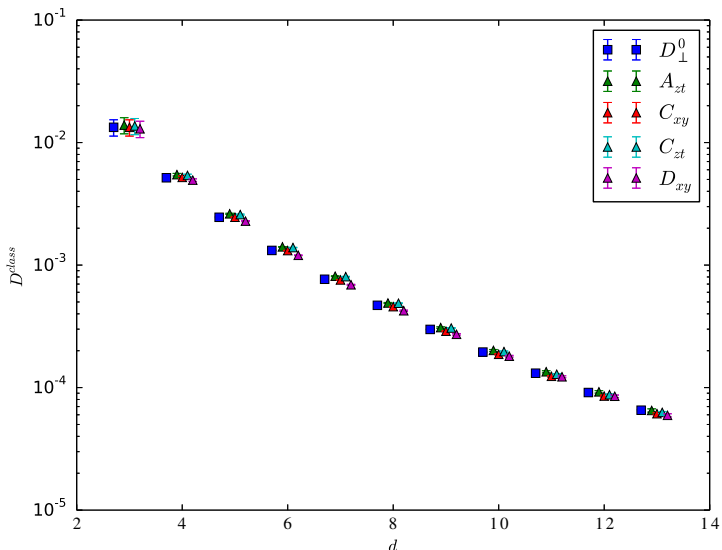
# Correlators, Parallel classes

$eB = 1.47 \text{ GeV}^2$



# Correlators, Perpendicular classes

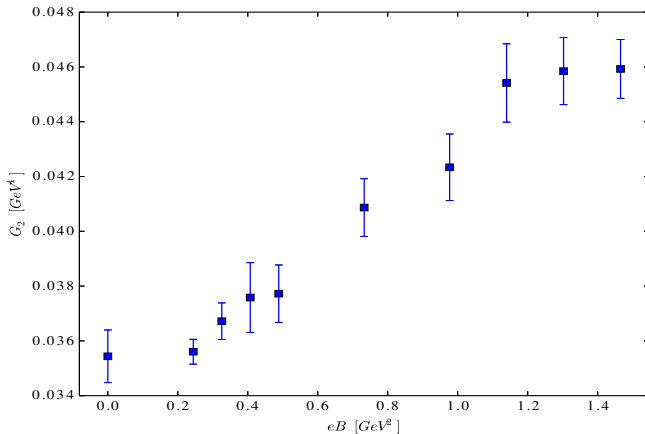
$eB = 1.47 \text{ GeV}^2$



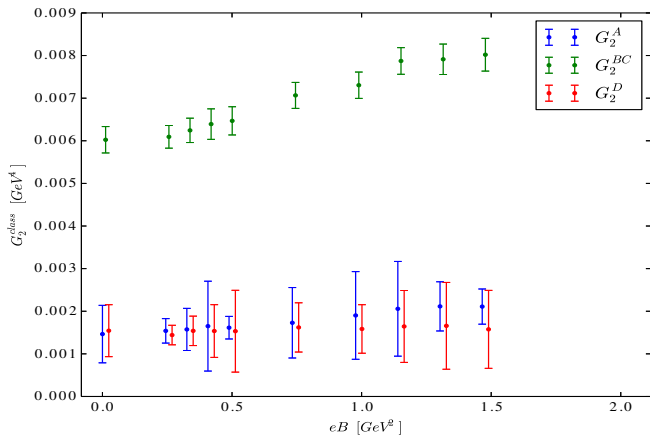
- Abbiamo provato varie parametrizzazioni
- Abbiamo ridotto il numero di parametri indipendenti
  - Basandoci sull'evidenza, abbiamo assunto che i parametri perturbativi fossero indipendenti da  $B$  e dalla classe
  - Abbiamo lasciato libere le lunghezze di correlazione e i parametri non perturbativi

$G_2$ 

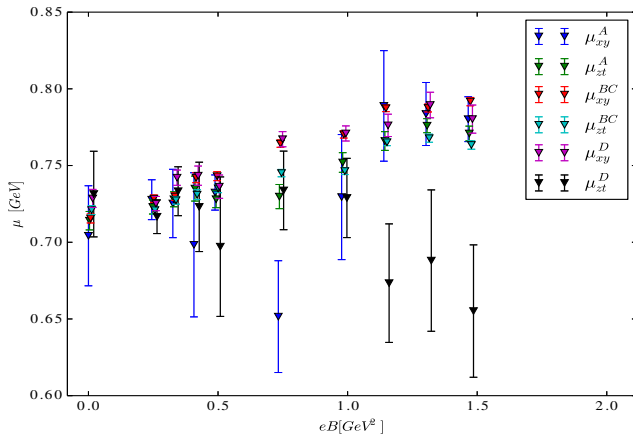
Incremento del condensato gluonico: gluon catalysis.



# Contributi a $G_2$ da direzioni differenti







## Effetti di $B$ sui campi gluonici

- Incremento del condensato gluonico
- Effetti sulle lunghezze di correlazione

## Sviluppi possibili

- Determinazione al punto fisico
- Studio del caso  $B \neq 0$  con  $T \neq 0$

Grazie per l'attenzione!

# Dipendenza da $B$ dei parametri perturbativi

